

```

> restart;
> eq:=D(y)=(s->f(s,y(s)));
eq := D(y) = (s  $\mapsto$  f(s, y(s))) (1)
> yp:=y(xn-h)+2*h*f(xn,y(xn));
yp := y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn)) (2)
> ynp1:=y(xn)+h/2*(f(xn,y(xn))+f(xn+h,yp));
ynp1 := y(xn) +  $\frac{h(f(xn, y(xn)) + f(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))))}{2}$  (3)
> r:=y(xn+h)-ynp1;
r := y(xn + h) - y(xn)
 $\quad - \frac{h(f(xn, y(xn)) + f(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))))}{2}$  (4)
> subs(h=0,r);
0 (5)
> T1:=diff(r,h);
T1 := D(y)(xn + h) -  $\frac{f(xn, y(xn))}{2} - \frac{f(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn)))}{2}$  (6)
 $\quad - \frac{1}{2} (h(D_1(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) + D_2(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) (-D(y)(xn - h) + 2 f(xn, y(xn)))) )$ 
> dr:=eval(subs(eq,T1));
dr := f(xn + h, y(xn + h)) -  $\frac{f(xn, y(xn))}{2}$  (7)
 $\quad - \frac{f(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn)))}{2} - \frac{1}{2} (h(D_1(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) + D_2(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) (-f(xn - h, y(xn - h)) + 2 f(xn, y(xn)))) )$ 
> subs(h=0,dr);
0 (8)
> ddr:=eval(subs(eq,diff(dr,h)));
ddr := D_1(f)(xn + h, y(xn + h)) + D_2(f)(xn + h, y(xn + h)) f(xn + h, y(xn + h)) (9)
 $\quad - D_1(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) - D_2(f)(xn + h, y(xn - h)$ 
 $\quad + 2 h f(xn, y(xn))) (-f(xn - h, y(xn - h)) + 2 f(xn, y(xn)))$ 
 $\quad - \frac{1}{2} (h(D_{1,1}(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) + D_{1,2}(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) (-f(xn - h, y(xn - h)) + 2 f(xn, y(xn)))$ 
 $\quad + (D_{1,2}(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) + D_{2,2}(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) (-f(xn - h, y(xn - h)) + 2 f(xn, y(xn)))) (-f(xn - h, y(xn - h)) + 2 f(xn, y(xn))) + D_2(f)(xn + h, y(xn - h) + 2 h f(xn, y(xn))) (D_1(f)(xn - h, y(xn - h)) + D_2(f)(xn - h, y(xn - h)) f(xn - h, y(xn - h)))) )$ 
> subs(h=0,ddr);
0 (10)

```

$$\begin{aligned}
 > \text{d3r} := \text{eval}(\text{subs}(\text{eq}, \text{diff}(\text{ddr}, h))) : \\
 > \text{subs}(h=0, \text{d3r}); \\
 & -\frac{\text{D}_{1,1}(f)(xn, y(xn))}{2} - \frac{\text{D}_{1,2}(f)(xn, y(xn)) f(xn, y(xn))}{2} \\
 & - \frac{(\text{D}_{1,2}(f)(xn, y(xn)) + \text{D}_{2,2}(f)(xn, y(xn)) f(xn, y(xn))) f(xn, y(xn))}{2} \\
 & - \frac{\text{D}_2(f)(xn, y(xn)) (\text{D}_1(f)(xn, y(xn)) + \text{D}_2(f)(xn, y(xn)) f(xn, y(xn)))}{2}
 \end{aligned} \tag{11}$$